

(Contents of)

S. NOVO, R. OBAYA Y J. ROJO
Ecuaciones y sistemas diferenciales
Editorial AC, Madrid, 1992
533 pp.

Ecuaciones y sistemas diferenciales

Sylvia NOVO
Rafael OBAYA
Jesús ROJO

Doctores en Matemáticas
Departamento de Matemática Aplicada
E.T.S. de Ingenieros Industriales de Valladolid

Sylvia NOVO
Rafael OBAYA
Jesús ROJO

Ecuaciones y
sistemas diferenciales

AMS Subject Classifications: 34 y 35

Clasificación Decimal: 517.9

Sylvia NOVO
Rafael OBAYA
Jesús ROJO

Departamento de Matemática Aplicada
E.T.S. de Ingenieros Industriales
Paseo del Cauce, s/n
47011 VALLADOLID , España

Contenido

Contenido	v
Prólogo.	ix
Notas para el lector.	xi
1 Introducción.	1
1.1 Ecuaciones diferenciales y soluciones.	1
1.1.20 Ejercicios.	12
1.2 Resultados sencillos para ecuaciones sencillas.	12
1.2.11 Ejercicios.	16
1.3 Significado geométrico de $y' = f(t, y)$	17
1.3.4 Ejercicios.	20
1.4 Crecimiento exponencial y crecimiento logístico.	21
1.4.7 Ejercicios.	27
1.5 Un ejemplo de linealización de una ecuación de segundo orden.	29
1.5.5 Ejercicios.	35
2 La ecuación escalar lineal de primer orden.	37
2.1 La ecuación escalar lineal de primer orden.	37
2.1.8 Ejercicios.	41
2.2 Cambios de variable.	42
2.2.15 Ejercicios.	49
2.3 Ecuaciones que se reducen a la lineal de primer orden.	51
2.3.10 Ejercicios.	55
3 Cuadraturas para la resolución de las ecuaciones escalares de primer orden.	59
3.1 Ecuaciones exactas.	60
3.1.19 Ejercicios.	68
3.2 Factores integrantes.	69

3.2.10	Ejercicios.	73
3.3	Algunos factores integrantes.	74
3.3.8	Ejercicios.	77
3.4	Factor integrante para las ecuaciones homogéneas.	80
3.4.5	Ejercicios.	82
3.5	Modelos con ecuaciones de primer orden.	83
3.5.4	Ejercicios.	87
4	Existencia. Unicidad de soluciones. Dependencia respecto de las condiciones iniciales y los parámetros.	93
4.1	Normas vectoriales y normas matriciales.	94
4.1.11	Ejercicios.	99
4.2	El espacio de las funciones continuas.	101
4.2.10	Ejercicios.	107
4.3	Un teorema local de existencia de soluciones.	108
4.3.10	Ejercicios.	116
4.4	Un teorema local de existencia y unicidad de soluciones.	118
4.4.20	Ejercicios.	129
4.5	Teoremas globales de existencia y unicidad.	131
4.5.30	Ejercicios.	147
4.6	Dependencia continua respecto de parámetros y condiciones iniciales.	151
4.6.17	Ejercicios.	165
4.7	Derivabilidad respecto de condiciones iniciales y parámetros.	167
4.7.10	Ejercicios.	174
5	Ecuaciones de primer orden no resueltas respecto de la derivada.	177
5.1	Planteamiento del problema; algunos ejemplos.	178
5.1.6	Ejercicios.	182
5.2	Un teorema de existencia y unicidad local.	183
5.2.6	Ejercicios.	186
5.3	El p -discriminante.	186
5.3.14	Ejercicios.	192
5.4	La envolvente de una familia de curvas y el c -discriminante.	193
5.4.13	Ejercicios.	197
5.5	Métodos de resolución de algunos tipos simples de ecuaciones no resueltas respecto de la derivada.	198
5.5.21	Ejercicios.	209
5.6	Las ecuaciones de Lagrange y de Clairaut.	212
5.6.5	Ejercicios.	214

6 Ecuaciones y sistemas lineales.	217
6.1 Un teorema de existencia y unicidad.	217
6.1.9 Ejercicios.	221
6.2 Soluciones de un sistema lineal homogéneo.	222
6.2.22 Ejercicios.	233
6.3 Soluciones de un sistema no homogéneo.	235
6.3.8 Ejercicios.	239
6.4 Soluciones de la ecuación lineal homogénea.	240
6.4.28 Ejercicios.	252
6.5 La ecuación lineal no homogénea.	255
6.5.9 Ejercicios.	259
6.6 La función de Green para el problema de Cauchy.	259
6.6.14 Ejercicios.	270
7 Métodos de resolución de ecuaciones y sistemas lineales.	271
7.1 La exponencial de una matriz.	271
7.1.6 Ejercicios.	274
7.2 Sistemas lineales con coeficientes constantes.	275
7.2.25 Ejercicios.	292
7.3 Soluciones asociadas a los valores propios.	295
7.3.11 Ejercicios.	302
7.4 Sistemas lineales no homogéneos de coeficientes constantes.	303
7.4.13 Ejercicios.	310
7.5 Ecuaciones lineales con coeficientes constantes.	312
7.5.9 Ejercicios.	316
7.6 Ecuaciones lineales no homogéneas de coeficientes constantes.	318
7.6.7 Ejercicios.	321
7.7 El método operacional.	324
7.7.30 Ejercicios.	335
7.8 El método de aniquilación.	337
7.8.9 Ejercicios.	341
7.9 La ecuación de Euler.	342
7.9.5 Ejercicios.	344
8 Sistemas y ecuaciones lineales de coeficientes periódicos.	347
8.1 La teoría de Floquet.	347
8.1.20 Ejercicios.	359
8.2 Algunos ejemplos.	363
8.2.6 Ejercicios.	368

9	La ecuación adjunta. Teoría de Sturm.	371
9.1	La ecuación adjunta.	372
9.1.21	Ejercicios.	382
9.2	Ecuaciones reales autoadjuntas de segundo orden.	384
9.2.14	Ejercicios.	388
9.3	La teoría de Sturm para la ecuación lineal real autoadjunta $[p(t)y']' + q(t)y = 0$	390
9.3.18	Ejercicios.	401
9.4	Ejemplo: la ecuación de Bessel.	403
9.4.2	Ejercicios.	406
10	Problemas lineales regulares de contorno.	409
10.1	Ejemplo: La cuerda vibrante.	410
10.1.2	Ejercicios.	413
10.2	Problemas lineales regulares de contorno.	414
10.2.22	Ejercicios.	424
10.3	La función de Green para el problema de contorno.	425
10.3.14	Ejercicios.	439
10.4	El problema adjunto; problemas autoadjuntos.	443
10.4.23	Ejercicios.	456
10.5	Problemas de autovalores.	459
10.5.22	Ejercicios.	479
10.6	Desarrollo en serie de autofunciones.	480
10.6.9	Ejercicios.	488
10.7	Problemas de autovalores de Sturm-Liouville.	489
10.7.8	Ejercicios.	497
10.8	Separación de variables.	500
10.8.15	Ejercicios.	516
	Libros cuya lectura se recomienda.	523
	Indice	527

Prólogo.

El texto del libro forma parte de un curso de Ecuaciones diferenciales que se ha venido impartiendo en la E.T.S. de Ingenieros Industriales de Valladolid. Sin embargo, no abordamos problemas singulares de contorno, funciones especiales, teoría de estabilidad, cálculo de variaciones, sistemas autónomos y métodos numéricos, que incluiremos en un volumen posterior. Algunos capítulos se han extendido algo más de lo que se hace habitualmente en nuestras clases, procurando que el libro pueda ser útil al mayor número posible de lectores. En este sentido, a pesar de estar dirigido a alumnos de Escuelas Técnicas, el libro puede ser útil a los alumnos de las Facultades de Ciencias.

El libro está pensado para facilitar la comprensión, por parte del alumno, de las técnicas básicas de ecuaciones diferenciales. Por ello se incluyen numerosos ejemplos y se detallan cuidadosamente la mayoría de las demostraciones. Omitimos algunas de las que presentan mayor dificultad, o que se basan en resultados que no forman parte de un curso básico de Álgebra lineal y de Cálculo, que son las materias que se suponen conocidas de antemano.

Valladolid, septiembre de 1992

LOS AUTORES

Notas para el lector.

El libro se estructura en capítulos (del 1 al 10); cada capítulo, en secciones que llevan asignados dos números, el primero de los cuales es el del capítulo al que pertenecen; una sección se divide en apartados; de los tres números que asignamos a cada apartado, los dos primeros son los de la sección en la que se encuadra.

El último apartado de cada sección se reserva a los ejercicios. El ejercicio 3.1.19.4 es el cuarto ejercicio del apartado 3.1.19, o, si se prefiere, de la sección 3.1.

Las citas del tipo (véase 9.3.14) o (v. 9.3.14) se refieren a resultados anteriores que se utilizan en el texto. Se usan preferentemente cuando los resultados a que se refieren son algo lejanos. El número de citas disminuye a medida que avanza el texto ya que, poco a poco, el lector irá conservando en la memoria los resultados más importantes.

Los resultados que aparecen enmarcados por dos líneas llevan delante el título de TEOREMA, PROPOSICIÓN, COROLARIO o LEMA; todos ellos son teoremas. La razón por la que les asignamos diferentes títulos es dar una idea de su importancia y de su utilidad. En general hemos reservado el nombre de teorema para los que consideramos más importantes. Un corolario es un teorema que es consecuencia inmediata de otro que le precede. Un lema es un teorema cuya importancia reside, más que en sí mismo, en su utilización para probar un resultado que sigue a continuación.

La mayor parte de los resultados no aparecen enmarcados. Esto se debe en muchos casos a que nos ha parecido útil mezclar el enunciado con algunos comentarios, por lo que no se prestan tan claramente a separar enunciado, demostración y comentarios.

Aparecen diferentes símbolos para enumerar los catálogos de propiedades; lo más frecuente será encontrar a), b), c), etc. Los listados con (i), (ii), (iii), etc. son siempre de propiedades equivalentes entre sí.

Algunos ejercicios sólo poseen interés cuando se realizan inmediatamente a continuación de la teoría que los precede, porque sirven para mejorar la comprensión de ciertos temas. Si se dejan para más tarde pueden haber perdido buena parte de su interés; en ocasiones forman parte incluso de la exposición teórica posterior.

Las notaciones que aparecen en los ejercicios y que no se explican, son las que se han definido en la teoría.

Además del texto y los ejercicios, este libro posee varias secciones que el lector debe acostumbrarse a utilizar, ya que le resultarán útiles. Hay dos índices y una lista comentada de libros cuya lectura se recomienda.