Escuela de Ingenierías Industriales **2012-13**
MÉTODOS MATEMÁTICOS I
EXAMEN EXTRAORDINARIO **(08/07/2013)**

1 Se considera para la habitual red de nodos

$$x_0 = a\,, x_1 = a + h\,, x_2 = a + 2\,h\,, \ldots$$

y las aproximaciones

$$y_n \simeq y(x_n)\,,$$

el método

$$y_{n+1} = y_n + \alpha\, hf(x_n + (1-\theta)h\,, \theta\, y_n + (1-\theta)y_{n+1})\,, \quad \theta \in [0,1]$$

para un problema

$$y' = f(x,y)\,, \quad y(a) = y_0\,.$$

Se escribirá dicho método como un método implícito de Runge-Kutta y se escribirá su tablero de Butcher.

(2 puntos)

2 Búsquense los pares encajados **RK1(2)** que usen y compartan 3 etapas k_1, k_2 y k_3 y que sean del tipo FSAL, en concreto, que los coeficientes de la etapa k_3 coincidan con los coeficientes de y_{n+1} para el valor estimado con el método de orden 1.
Como comprobación, habrá que dar el tablero de Butcher de uno de los pares encajados resultantes, comprobando además que el método de orden 1 sea de los que son adecuados según su término de error.

(3 puntos)

Escuela de Ingenierías Industriales **2012-13**
MÉTODOS MATEMÁTICOS I
EXAMEN EXTRAORDINARIO **(08/07/2013)**

3 Para la ecuación parabólica

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\,,$$

con condiciones de contorno homogéneas, nos proporcionan el método en diferencias

$$u_{n\,m+2} - 4\,u_{n\,m+1} = (4\,\lambda - 3)\,u_{n\,m} - 2\,\lambda\,(u_{n+1\,m} + u_{n-1\,m}\,)\,,$$

donde $\lambda = k/h^2$ y n, m, h y k corresponden al retículo habitual. Dígase cual es el error de truncación que presenta este método.
¿Qué dice el procedimiento de FOURIER cuando se aplica este método a $e^{i\,nbh} \cdot e^{mdk}$?

(3 puntos)

(Recuérdese que las prácticas pueden alcanzar un valor de 2 puntos)