E.T.S. de Ingenieros Industriales **2011-12**
MÉTODOS MATEMÁTICOS I
EXAMEN EXTRAORDINARIO **(07/07/2012)**

1 Se considera el método de Runge-Kutta de 3 etapas dado por el tablero

$$\begin{array}{c|ccc} \frac{1}{2} & & & \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & & \\ 1 & 0 & 1 & \\ \hline & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{array}$$

para el que debe notarse que

$$k_1 = f\left(x_n + \frac{1}{2}\,h\,, y_n\right)\,.$$

Búsquese el orden de consistencia que tiene este método.
Búsquese también el orden del método para el caso escalar autónomo, o sea, el caso en el que $f(x,y) = f(y)$.
Compruébese que, para el problema 'test' $y' = \lambda\,y$, el método posee al menos orden 3.

(3 puntos)

2 Para la familia de métodos implícitos de Runge-Kutta de 2 etapas de tablero

$$\begin{array}{c|cc} \alpha & \alpha & 0 \\ \frac{2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \hline & \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \end{array}$$

calcúlese el orden máximo de consistencia y dígase si los casos de orden máximo son o no A-estables. Para el método con $\alpha = 2/3$, dígase que orden posee y si es o no A-estable.

(3 puntos)

3 Para un problema elíptico,

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = f \,, \qquad (x, y) \in [a, b] \times [c, d] \,,$$

con una condición de contorno adecuada, se considera el retículo habitual

$$x_n = a + n\,h \,, \quad h = \frac{b-a}{N} \,, \quad n = 0, 1, \ldots, N \,,$$

$$y_m = c + m\,k \,, \quad k = \frac{d-c}{M} \,, \quad m = 0, 1, \ldots, M \,,$$

y las aproximaciones

$$u_{n\,m} \simeq u(x_n \,, y_m) \,,$$

a buscar mediante el método numérico

$$2\,(\lambda^2 + 4)\,u_{nm} - 4\,(u_{n+1\,m} + u_{n-1\,m}) - \lambda^2\,(u_{n\,m+2} + u_{n\,m-2}) = -4\,h^2\,f_{nm} \,,$$

donde λ representa

$$\lambda = \frac{h}{k} \,.$$

Dígase qué orden posee el error de truncación de dicho método.

(2 puntos)

(Recuérdese que las prácticas pueden alcanzar un valor de 2 puntos)