E.T.S. de Ingenieros Industriales **2010-11**
MÉTODOS MATEMÁTICOS I
EXAMEN EXTRAORDINARIO **(22/06/2011)**

1 Considérese la familia de métodos de Runge-Kutta de 3 etapas y explícitos dados por el tablero

$$\begin{array}{c|ccc} 0 & & & \\ \alpha & \alpha & & \\ \alpha & 0 & \alpha & \\ \hline & \beta & \theta & \theta \end{array}$$

Dígase para qué valores de α,β y θ se obtiene el mayor orden posible. Dígase cuál es la función de estabilidad de esos métodos de mayor orden.

(2 puntos)

2 Preparando la integración de un tipo de problemas se comparan dos métodos numéricos de integración de sistemas diferenciales que designaremos con los nombres de **M1** y **M2**; para la prueba se integra un sistema test entre 0 y 1. Para cada método se calcula el $\log_{10}$ del error cometido en la aproximación de la solución en x=1 , error medido en norma2. **M1** es un método de Runge-Kutta, explícito y de 4 etapas que se prueba integrando con pasos

$$\frac{1}{2^2} = 0.25\,, \frac{1}{2^3} = 0.125\,, \frac{1}{2^4} = 0.0625\,, \frac{1}{2^5} = 0.0313\,, \frac{1}{2^6} = 0.0156\,.$$

Con estos cinco pasos se obtienen los logaritmos del error

$$0.8447\,, -2.149\,, -3.849\,, -4.301\,, -5.481\,.$$

M2 es un método de paso variable. Se integra con este método para tolerancias

$$0.05\,, 0.0001\,, 0.00001\,, 0.000001\,,$$

lo que require evaluaciones que son, respectivamente

$$64\,, 112\,, 232\,, 482\,.$$

El logaritmo del error en x=1 es para estos cuatro casos es

$$0.04186\,, -4.047\,, -5.861\,, -6.814\,.$$

Con estos datos, se debe construir la 'gráfica de eficiencia' del tipo 'número de evaluaciones versus $\log_{10}$ del error' que mezcle los resultados de **M1** y **M2**.
Además se calculará el orden efectivo que parecen tener estos métodos y se dará una opinión sobre su adecuación para ese tipo de problemas.

(3 puntos)

E.T.S. de Ingenieros Industriales **2010-11**
MÉTODOS MATEMÁTICOS I
EXAMEN EXTRAORDINARIO **(22/06/2011)**

3 Para un problema de ecuación

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \alpha^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0\,, \qquad x \in [0, l], \quad t \geq 0\,,$$

y para los h, k, n, y m del retículo habitual,se emplea el método dado por la ecuación

$$u_{n\,m+1} - 2u_{nm} + u_{n\,m-1} + \frac{\lambda^2}{12}\left(u_{n+2\,m} - 16u_{n+1\,m} + 30u_{nm} - 16u_{n-1\,m} + u_{n-2\,m}\right) = 0\,,$$

Aquí λ representa

$$\lambda = \frac{\alpha k}{h}\,.$$

Usando el procedimiento de FOURIER, búsquese la condición sobre λ para que el método sea estable.

(3 puntos)

(Recuérdese que las prácticas pueden alcanzar un valor de 2 puntos)