E.T.S. de Ingenieros Industriales **2004-05**
MÉTODOS MATEMÁTICOS I
EXAMEN EXTRAORDINARIO **(01/07/2005)**

1 Para comparar dos métodos de paso variable, que denotaremos por $m1$ y $m2$, se integra un problema test y se comparan los resultados numéricos obtenidos con los dos métodos. Para el primero, $m1$, se emplean las tolerancias

$$10^{-3}\,,10^{-6}\,,10^{-9}\,,10^{-12}\,;$$

para ellas los números de evaluaciones de función son

$$192\,,882\,,3808\,,12426$$

y se obtienen los errores

$$0.102646532\cdot 10^{-1}\,,0.028463542\cdot 10^{-5}\,,0.185225052\cdot 10^{-8}\,,0.253251780\cdot 10^{-9}\,,$$

Para $m2$ se emplean las tolerancias

$$10^{-3}\,,10^{-4}\,,10^{-5}\,,10^{-6}\,,10^{-7}\,,10^{-8}\,,10^{-9}\,,10^{-10}\,,10^{-11}\,;$$

para ellas los números de evaluaciones de función son

$$180\,,308\,,524\,,816\,,1332\,,2264\,,3896\,,6824\,,11932$$

y se obtienen los errores

$$0.120075671\cdot 10^{-1}\,,0.224069086\cdot 10^{-2}\,,0.293453270\cdot 10^{-3}\,,$$
$$0.325178066\cdot 10^{-4}\,,0.397930221\cdot 10^{-5}\,,0.436613469\cdot 10^{-6}\,,$$
$$0.445225052\cdot 10^{-7}\,,0.455563685\cdot 10^{-8}\,,0.473519591\cdot 10^{-9}\,.$$

¿Se puede deducir de los datos anteriores con qué orden están funcionando los métodos? ¿Cuál es el que tiene mejor comportamiento?

(2 puntos)

2 Estúdiese si el método implícito de Runge-Kutta del tablero

$$\begin{array}{c|cc}
\frac{1}{4} & \frac{7}{24} & -\frac{1}{24} \\[4pt]
\frac{3}{4} & \frac{13}{24} & \frac{5}{24} \\[4pt]
\hline
 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2}
\end{array}$$

es o no A-estable.

(3 puntos)

3 Para el problema hiperbólico

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \alpha^2 \, \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0\,, \qquad x \in [0, l], \quad t \geq 0\,,$$

se considera el retículo usual en $[0, l] \times [0, +\infty)$ y el método en diferencias finitas

$$u_{n\,m+1} - 2\,u_{n\,m} + u_{n\,m-1} - \frac{\lambda^2}{3}\,(\,u_{n+2\,m} - u_{n+1\,m} - u_{n-1\,m} + u_{n-2\,m}\,) = 0$$

donde se ha puesto $\lambda = \alpha\, k/h$.

Dígase qué orden posee el error de truncación de dicho método.

(3 puntos)

(Recuérdese que las prácticas pueden alcanzar un valor de 2 puntos)