

1 Para el problema parabólico

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} - \alpha^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} &= 0, \quad x \in [0, l], t \geq 0, \\ u(x, 0) &= f(x), \quad u(0, t) = 0, \quad u(l, t) = 0, \end{aligned}$$

con condiciones de contorno homogéneas, se considera el método de RICHARDSON, que para la red habitual

$$\begin{aligned} x_0, x_1, \dots, x_N, \quad x_n &= n \cdot h, \quad h = l/N, \\ t_0, t_1, \dots, t_m, \dots, \quad t_m &= m \cdot k, \end{aligned}$$

se escribe

$$u_{n,m+1} - u_{n,m-1} = 2\lambda(u_{n+1,m} - 2u_{n,m} + u_{n-1,m}),$$

siendo $u_{n,m} \simeq u(x_n, t_m)$ y tomando $\lambda = \alpha^2 k/h^2$.

Utilícese el método de FOURIER para buscar, si existen, condiciones sobre λ que sean necesarias para la estabilidad del método.

(3 puntos)

2 Considérese la familia de métodos de RUNGE-KUTTA de 3 etapas y explícitos dados por el tablero

0			
1/2		1/2	
1	1 - α	α	
	1/6	b_2	b_3

- a) ¿Para qué valores de los parámetros α , b_2 y b_3 los métodos son de orden 2?
- b) ¿Existen valores de los parámetros α , b_2 y b_3 para los que los métodos sean de orden 3?
- c) Para la familia de métodos propuesta, calcúlese la función de estabilidad en términos de α , b_2 y b_3 . Calcúlese esta misma función para los métodos de orden 2 y orden 3 que, en su caso, se hayan podido obtener.

(4 puntos)

3 Un estudiante de la Universidad X debe completar 10 asignaturas para obtener la graduación en Matemática Aplicada.

Las asignaturas, su duración y sus requisitos son los que se indican en la siguiente tabla:

ASIGNATURA	PRERREQUISITOS	DURACIÓN
Cálculo 1 (C1)	ninguno	1 semestre
Cálculo 2 (C2)	C1	1 semestre
Matemáticas Discretas (MD)	C1	2 semestres
Cálculo 3 (C3)	C2	2 semestres
Algoritmos (A)	C1, MD	1 semestre
Teoría de Grafos (TG)	MD	2 semestres
Ecuaciones Diferenciales (ED)	C2	2 semestres
Estadística (E)	C1	2 semestres
Probabilidades (P)	C2, MD	1 semestre
Álgebra Lineal (AL)	MD, C3	1 semestre

Determíñese el número mínimo de semestres que el estudiante necesita para graduarse.

¿Qué significa en este caso particular el que una asignatura sea crítica?

¿Qué asignaturas son críticas?

¿Cuántas veces puede repetir la asignatura de Ecuaciones Diferenciales sin que por ello se vea retrasada la fecha de graduación? ¿Y cuántas veces la Estadística? ¿Y el Cálculo 3?

Haz los comentarios y sugerencias que creas convenientes al Rector de la Universidad X.

(3 puntos)