E.T.S. de Ingenieros Industriales **2011-12**
MÉTODOS MATEMÁTICOS I
EXAMEN ORDINARIO **(19/01/2012)**

1 La idea es construir un par encajado **RK2(3)** empleando un máximo de 3 etapas. Se quiere que el método de orden 3 sea el dado por el tablero

$$\begin{array}{c|ccc} 0 & & & \\ \frac{2}{3} & \frac{2}{3} & & \\ \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & 1 & \\ \hline & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} \end{array}$$

Compruébese que, limitándonos a las 3 etapas del método anterior, no es posible conseguir completar el par encajado que buscamos, o sea, que no es posible encontrar un método de orden 2 que sea adecuado.

(3 puntos)

2 De entre los métodos de Runge-Kutta implícitos de 2 etapas de tablero

$$\begin{array}{c|cc} 0 & \alpha & 0 \\ 1 & \alpha & 0 \\ \hline & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{array}$$

se buscarán los que sean de mayor orden.
Además se calculará la función de estabilidad de la familia general de los métodos del tablero y, para $\alpha = 2$, se dibujará el dominio de estabilidad y se discutirá la A-estabilidad del método.

(3 puntos)

E.T.S. de Ingenieros Industriales **2011-12**
MÉTODOS MATEMÁTICOS I
EXAMEN ORDINARIO **(19/01/2012)**

3 Para un problema de Poisson,

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = f\,, \qquad (x,y) \in [a,b] \times [c,d]\,,$$

con una condición de contorno adecuada, se considera el retículo habitual

$$x_n = a + n\,h\,, \quad h = \frac{b-a}{N}\,, \quad n = 0,1,\ldots,N\,,$$
$$y_m = c + m\,k\,, \quad k = \frac{d-c}{M}\,, \quad m = 0,1,\ldots,M\,,$$

y las aproximaciones

$$u_{n\,m} \simeq u(x_n\,,y_m)\,,$$

a buscar mediante el método numérico

$$6\,(4\,\lambda^2+5)u_{nm}+u_{n+2\,m}-16\,u_{n+1\,m}-16\,u_{n-1\,m}+u_{n-2\,m}-12\,\lambda^2\,(u_{n\,m+1}+u_{n\,m-1}) = -12\,h^2\,f_{nm}\,,$$

donde λ representa

$$\lambda = \frac{h}{k}\,.$$

Dígase qué orden posee el error de truncación de dicho método.

(2 puntos)

(Recuérdese que las prácticas pueden alcanzar un valor de 2 puntos)