**E.T.S. de Ingenieros Industriales** **2010-11**
**MÉTODOS MATEMÁTICOS I**
**EXAMEN ORDINARIO** **(24/01/2011)**

**1** Considérese la familia de métodos de RUNGE-KUTTA de 3 etapas y explícitos dados por el tablero

$$\begin{array}{c|ccc} 0 & & & \\ \alpha & \alpha & & \\ 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \\ \hline & \beta & 0 & 1-\beta \end{array}$$

a) Dígase para qué valores de $\alpha$ y $\beta$ los métodos son de orden 2.
b) De entre los anteriores métodos, búsquense los que minimizan el término del error.
c) Calcúlese la función de estabilidad de los métodos de orden 2.

(2 puntos)

**2** Considérese la familia de métodos implícitos de RUNGE-KUTTA con dos etapas

$$\begin{array}{c|cc} \alpha & \alpha-1 & 1 \\ 1 & \beta & 0 \\ \hline & \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \end{array}$$

a) Búsquese el mayor orden alcanzable por los miembros de esta familia, indicando los valores de $\alpha$ y de $\beta$ para los que se consigue.
b) Búsquese un método de la familia del enunciado que sea $A$-estable.
c) Estúdiese la $A$-estabilidad de los métodos de orden máximo obtenidos antes.

(3 puntos)

**E.T.S. de Ingenieros Industriales** **2010-11**
**MÉTODOS MATEMÁTICOS I**
**EXAMEN ORDINARIO** **(24/01/2011)**

**3** Para un problema parabólico,

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \alpha^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0\,, \qquad x \in [0,l], \quad t \geq 0\,,$$

$$u(x,0) = f(x)\,, \quad u(0,t) = 0 \ \text{ y } \ u(l,t) = 0\,,$$

con condiciones de contorno homogéneas, consideramos los métodos 'hacia adelante' y 'hacia atrás' dados por

$$\frac{u_{n\,m+1} - u_{n\,m}}{k} = \alpha^2\,\frac{u_{n+1\,m} - 2u_{n\,m} + u_{n-1\,m}}{h^2}$$

y

$$\frac{u_{n\,m} - u_{n\,m-1}}{k} = \alpha^2\,\frac{u_{n+1\,m} - 2u_{n\,m} + u_{n-1\,m}}{h^2}$$

Se escribe el segundo para $m+1$ en lugar de $m$ y se toma la media aritmética de ambos, con coeficientes $-2$ y 3.
Construir matricialmente dicho método y estudiar la estabilidad del método, empleando el llamado procedimiento matricial.
Dígase qué condición necesaria de estabilidad se obtiene al aplicar el procedimiento de FOURIER a dicho método.

(3 puntos)

(Recuérdese que las prácticas pueden alcanzar un valor de 2 puntos)