E.T.S. de Ingenieros Industriales **2009-10**
MÉTODOS MATEMÁTICOS I
EXAMEN ORDINARIO **(09/02/2010)**

1 La idea es construir un par encajado **RK2(3)** empleando un máximo de 3 etapas. Se quiere que el método de orden 3 sea el dado por el tablero

$$\begin{array}{c|ccc} 0 & & & \\ \frac{2}{3} & \frac{2}{3} & & \\ 0 & -1 & 1 & \\ \hline & 0 & \frac{3}{4} & \frac{1}{4} \end{array}$$

Compruébese que, limitándonos a las 3 etapas del método anterior, no es posible conseguir completar el par encajado que buscamos, o sea, que no es posible encontrar un método de orden 2 que sea adecuado.

(2 puntos)

2 Considérese la familia de métodos implícitos de Runge-Kutta con dos etapas

$$\begin{array}{c|cc} \alpha & \alpha-1 & 1 \\ \beta & \beta & 0 \\ \hline & \frac{1}{4} & \frac{3}{4} \end{array}$$

Búsquese el mayor orden alcanzable por los miembros de esta familia, indicando los valores de α y de β para los que se consigue.

Considérese un ejemplo de los del mayor orden y búsquese en ese caso la función de estabilidad del método.

(3 puntos)

E.T.S. de Ingenieros Industriales **2009-10**
MÉTODOS MATEMÁTICOS I
EXAMEN ORDINARIO **(09/02/2010)**

3 Para el problema parabólico

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \alpha^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0\,, \qquad x \in [0, l], \quad t \geq 0\,,$$

$$u(x, 0) = f(x)\,,$$

$$u(0, t) = 0\,, \quad u(l, t) = 0\,,$$

con condiciones de contorno homogéneas, y denotando por λ la cantidad $\lambda = \alpha^2\, k/h^2$, nos presentan el método en diferencias

$$u_{n\,m+2} - 4\,u_{n\,m+1} = (4\,\lambda - 3)\,u_{n\,m} - 2\,\lambda(u_{n+1\,m} + u_{n-1\,m})\,,$$

donde las aproximaciones $u_{n\,m} \simeq u(x_n\,, t_m)$ tienen el sentido habitual.

Calcúlese el orden de truncación del método. Estúdiese la estabilidad del método por alguno de los procedimientos habituales.

(3 puntos)

(Recuérdese que las prácticas pueden alcanzar un valor de 2 puntos)