

1 Se desea construir un par encajado **RK2(3)**. Se quiere que el método de orden 2 que se utiliza sea el 'método modificado de EULER', dado por el tablero

0		
1	1	
	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

Compruébese que este método es adecuado como el de orden bajo de un par encajado. Búsqese el correspondiente método de orden 3 que complemente el método indicado entre los de 3 evaluaciones de la forma

0			
1	1		
$c_3$	$a_{31}$	$a_{32}$	
	$b_1$	$b_2$	$b_3$

escribiendo el resultado en la forma del cuadro habitual para los pares encajados.

(3 puntos)

2 Para el método implícito de RUNGE-KUTTA de tablero

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

dibujar el contorno de la región de estabilidad y decir si el método es o no A-estable.

(2 puntos)

**3** Para el problema hiperbólico

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \alpha^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0, \quad x \in [0, l], \quad t \geq 0,$$

con condiciones iniciales

$$u(x, 0) = f_1(x), \quad \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = f_2(x),$$

y condiciones homogéneas de contorno, se fabrica el retículo habitual

$$h = \frac{l}{N}, \quad x_n = h n, \quad x_0 < x_1 < \dots < x_N, \\ k > 0, \quad t_m = k m, \quad t_0 < t_1 < t_2 < \dots.$$

Se crea entonces un método en diferencias aproximando

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad \text{mediante} \quad f''(x) = \frac{f(x+h) - 2f(x) + f(x-h)}{h^2} + O(h^2),$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad \text{mediante} \quad f''(x) = \frac{-f(x+2h) + 6f(x+h) - 10f(x) + 6f(x-h) - f(x-2h)}{2h^2} + O(h^2).$$

Dedúzcase el método en diferencias que resulta, su orden, y describase la molécula computacional.

Además, dígase lo que afirma el método de FOURIER sobre  $\lambda = \frac{\alpha k}{h}$  cuando se analiza la estabilidad del método.

(3 puntos)

(Recuérdese que las prácticas pueden alcanzar un valor de 2 puntos)