E.T.S. de Ingenieros Industriales **2006-07**
MÉTODOS MATEMÁTICOS I
EXAMEN ORDINARIO **(01/02/2007)**

1 a) Búsquense los métodos con el mayor orden posible para la familia de RUNGE-KUTTA implícitos del siguiente tablero

$$\begin{array}{c|cc} \alpha & \alpha & \\ 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \hline & \beta & \beta \end{array}$$

donde α y β son parámetros arbitrarios.
b) Calcúlese la función de estabilidad para los métodos de orden máximo hallados. ¿Son A-estables dichos métodos de orden máximo?
c) Búsquese algún método de orden 1 de la familia que sea A-estable, describiendo en este caso la región de estabilidad.

(3 puntos)

2 Para la ecuación parabólica

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\,,$$

nos proporcionan el método en diferencias

$$u_{n\,m+2} - 4\,u_{n\,m+1} = (4\,\lambda - 3)\,u_{n\,m} - 2\,\lambda\,(u_{n+1\,m} + u_{n-1\,m})\,,$$

donde $\lambda = k/h^2$ y n, m, h y k corresponden al retículo habitual. Dígase cual es el error de truncación que presenta este método.

(2 puntos)

3 Para un problema parabólico

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \alpha^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0\,,$$

con condiciones de contorno homogéneas, el método

$$\frac{u_{n\,m+1} - u_{n\,m}}{k} = \frac{\alpha^2}{h^2}(\,-u_{n+1\,m} + 2u_{n\,m} - u_{n-1\,m} + 2u_{n+1\,m+1} - 4u_{n\,m+1} + 2u_{n-1\,m+1})\,,$$

estudiado por el procedimiento matricial habitual, es considerado como incondicionalmente estable.

Estúdiese lo que el procedimiento de Fourier es capaz de decir sobre este método.

(3 puntos)

(Recuérdese que las prácticas pueden alcanzar un valor de 2 puntos)