E.T.S. de Ingenieros Industriales **2005-06**
MÉTODOS MATEMÁTICOS I
EXAMEN ORDINARIO **(01/02/2006)**

1 a) Búsquense los métodos con el mayor orden posible para la familia de RUNGE-KUTTA implícitos del siguiente tablero

$$\begin{array}{c|cc} 0 & 0 & 0 \\ \beta & 1-\alpha & \alpha \\ \hline & b_1 & b_2 \end{array}$$

b) Para los métodos de la familia, calcúlese la función de estabilidad. Hágase lo mismo para los métodos de orden máximo obtenidos.
c) Discútase si estos últimos métodos son o no A-estables.

(3 puntos)

2 Para resolver la ecuación parabólica

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\,, \qquad x \in [0, l], \quad t \geq 0\,,$$

nos proporcionan el método explícito

$$u_{n\,m+1} = \left(1 - \frac{5\,\lambda}{2}\right) u_{n\,m} + \frac{\lambda}{12}\left(-u_{n+2\,m} + 16\,u_{n+1\,m} + 16\,u_{n-1\,m} - u_{n-2\,m}\right)$$

donde $\lambda = \alpha^2\,k/h^2$ y n, m, h y k corresponden al retículo habitual. Dígase cual es el error de truncación que presenta este método.

(2 puntos)

3 Para el problema dado por una ecuación parabólica

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \alpha^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0\,, \qquad x \in [0, l], \quad t \geq 0\,,$$

$$u(x,0) = f(x)\,, \quad u(0,t) = 0 \text{ y } u(l,t) = 0\,,$$

con condiciones de contorno homogéneas, se tiene el siguiente método

$$\frac{u_{n\,m+1} - u_{n\,m-1}}{2\,k} - \alpha^2\,\frac{u_{n+1\,m} - (\,u_{n\,m+1} + u_{n\,m-1}\,) + u_{n-1\,m}}{h^2} = 0\,,$$

conocido como 'esquema de DU FORT - FRANKEL'.

Establézcase la ecuación sobre $\lambda = \alpha^2\,k/h^2$, b y d que plantea el método de FOURIER cuando se aplica este esquema a $e^{i\,n\,b\,h}e^{m\,d\,k}$.

Comprobar que, en cualquiera de los casos, siempre se tiene que

$$|\,e^{d\,k}\,| \leq 1\,.$$

Qué significa esto de cara a la estabilidad del esquema.

(3 puntos)

(Recuérdese que las prácticas pueden alcanzar un valor de 2 puntos)