E.T.S. de Ingenieros Industriales **2004-05**
MÉTODOS MATEMÁTICOS I
EXAMEN ORDINARIO **(18/02/2005)**

1 Considérese la familia de métodos de RUNGE-KUTTA de 3 etapas y explícitos para los que, además, $c_2 = c_3$, $b_2 = b_3$ y $a_{3,1} = 0$. De entre ellos se buscarán los que proporcionen el orden más alto.

(2 puntos)

2 De entre los métodos de RUNGE-KUTTA implícitos de 2 etapas de tablero

$$\begin{array}{c|cc} 0 & \alpha & 0 \\ 1 & \alpha & 0 \\ \hline & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{array}$$

entre los que se encuentra, para $\alpha = 1/2$, el llamado LOBATTO IIIb , se buscarán los que sean de mayor orden.
Además se calculará la función de estabilidad de la familia general de los métodos del tablero y se discutirá la A-estabilidad del método LOBATTO IIIb y se verá lo que ocurre con los otros.

(3 puntos)

3 Para el problema parabólico

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \alpha^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0\,, \qquad x \in [0, l], \quad t \geq 0\,,$$

$$u(x,0) = f(x)\,, \quad u(0,t) = 0 \text{ y } u(l,t) = 0\,,$$

con condiciones de contorno homogéneas, consideramos el método en diferencias finitas dado por

$$u_{n\,m+2} = 4\,u_{n\,m+1} + (4\,\lambda - 3)\,u_{n\,m} - 2\,\lambda\,(u_{n+1\,m} + u_{n-1\,m})$$

donde $\lambda = \alpha^2\,k/h^2$ y n , m , h y k corresponden al retículo habitual.
a) Escríbase la ecuación en la forma matricial, relacionando el resultado con la matriz tridiagonal, también habitual,

$$B = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & \cdots \\ -1 & 2 & -1 & \cdots \\ 0 & -1 & 2 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix},$$

de tamaño $(N-1) \times (N-1)$.
b)Dígase qué orden posee el error de truncación de dicho método.

(3 puntos)

(Recuérdese que las prácticas pueden alcanzar un valor de 2 puntos)