E.T.S. de Ingenieros Industriales **2003-04**
MÉTODOS MATEMÁTICOS I
EXAMEN ORDINARIO **(09/02/2004)**

1 Para los métodos de RUNGE-KUTTA implícitos del siguiente tablero

$$\begin{array}{c|cc} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \\ 1 & \alpha & 0 \\ \hline & \frac{3}{4} & \frac{1}{4} \end{array}$$

a) dígase qué valores de α proporcionan métodos de orden 2;
b) dígase si existen valores de α que proporcionen métodos de orden 3;
c) dígase si existen valores de α que proporcionen métodos de orden 4.
d) Calcúlese la función de estabilidad para los métodos de la familia.
e) Discútase acerca de la A-estabilidad de los métodos de la familia.
f) Calcúlese la función de estabilidad para los métodos obtenidos en b) y c).

(3 puntos)

2 Para la ecuación

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = f(x,t)$$

en el dominio $[a,b] \times [0,+\infty)$, se considera un retículo con $h = k$ (o sea, igual incremento para x y para t) y el método en diferencias

$$u_{n\,m+1} = 2(1-\lambda)\,u_{nm} - (1-\lambda)\,u_{n+1\,m} + \lambda\,u_{n-1\,m} + h\,f_{nm}\,,$$

donde se ha puesto $\lambda = 1/h$.

Dígase qué orden posee el error de truncación de dicho método. Descríbase la molécula computacional.

(2 puntos)

3 Para el problema hiperbólico

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0\,, \qquad x \in [0, l], \quad t \geq 0\,,$$

con condición de contorno homogénea, se considera un retículo

$$\begin{aligned} &h = \frac{l}{N}\,, \quad x_n = h\,n\,, \quad x_0 < x_1 < \cdots < x_N\,, \\ &k = h\,, \quad t_m = k\,m = h\,m\,, \quad t_0 < t_1 < t_2 < \cdots\,, \end{aligned}$$

donde se utiliza el mismo incremento para x y para t. Para crear un método en diferencias se aproximan ambas derivadas segundas mediante la fórmula

$$f''(x) = \frac{f(x-h) - 2\,f(x) + f(x+h)}{h^2} + O(h^2)\,.$$

Dígase qué ecuación en diferencias resulta, descríbase la molécula computacional y escríbase el método en forma matricial. Finalmente, discútase la estabilidad del método empleando alguno de los procedimientos habituales.

(3 puntos)

(Recuérdese que las prácticas pueden alcanzar un valor de 2 puntos)