

1 Para el problema parabólico

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \alpha^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0, \quad x \in [0, l], t \geq 0,$$
$$u(x, 0) = f(x), \quad u(0, t) = 0, \quad u(l, t) = 0,$$

con condiciones de contorno homogéneas, se consideran los métodos en diferencias ‘hacia adelante’ y ‘hacia atrás’. Una media aritmética de ambos proporciona el método de CRANK-NICOLSON, que para la red habitual

$$x_0, x_1, \dots, x_N, \quad x_n = n \cdot h, \quad h = l/N,$$
$$t_0, t_1, \dots, t_m, \dots, \quad t_m = m \cdot k,$$

se escribe

$$(1+\lambda)u_{nm+1} - \frac{\lambda}{2}u_{n+1m+1} - \frac{\lambda}{2}u_{n-1m+1} = (1-\lambda)u_{nm} + \frac{\lambda}{2}u_{n+1m} + \frac{\lambda}{2}u_{n-1m},$$

siendo $u_{nm} \simeq u(x_n, t_m)$ y tomando $\lambda = \alpha^2 k/h^2$.

Utilícese el método de FOURIER para buscar, si existen, condiciones necesarias para la estabilidad del método.

(3 puntos)

2 Considérese la familia de métodos de RUNGE-KUTTA de 3 etapas y explícitos dados por el tablero

0		
3/2	β	
0	1	-1
	1/3	α 1/3

a) ¿Para qué valores de los parámetros α y β los métodos son de orden 2?

b) ¿Existe alguna elección de α y β que proporcione un método de orden 3?

c) Para la familia de métodos propuesta, calcúlese la función de estabilidad en términos de α y β .

d) En el supuesto de que $|\alpha| < 2/3$ y de que $\beta = 0$, representése la región de estabilidad del método.

(4 puntos)

3 La empresa de autocares Asla ofrece los siguientes trayectos entre ciudades españolas a los siguientes precios:

TRAYECTO	PRECIO
Alicante–Barcelona	400 pts.
Alicante–Castellón	300 pts.
Alicante–Denia	100 pts.
Barcelona–Denia	100 pts.
Castellón–Barcelona	100 pts.
Castellón–Denia	100 pts.
Denia–Barcelona	300 pts.
Denia–Castellón	100 pts.
Elche–Alicante	100 pts.
Elche–Castellón	400 pts.

Se pide encontrar la forma más barata de viajar desde Elche hasta Barcelona utilizando los servicios de la empresa Asla. Descríbase con detalle el itinerario que conviene seguir e indíquese el precio total.

Haz alguna sugerencia al director de Asla para mejorar su red de servicios (razónala).

Nota: Todos los nombres y datos que aparecen en este problema son inventados y cualquier parecido con la realidad es pura coincidencia. (¡Especialmente en lo relativo a los precios!)

(3 puntos)